

Comment obtenir la distance entre deux points connus en longitude et latitude sur la sphère ?

Les logiciels Circé

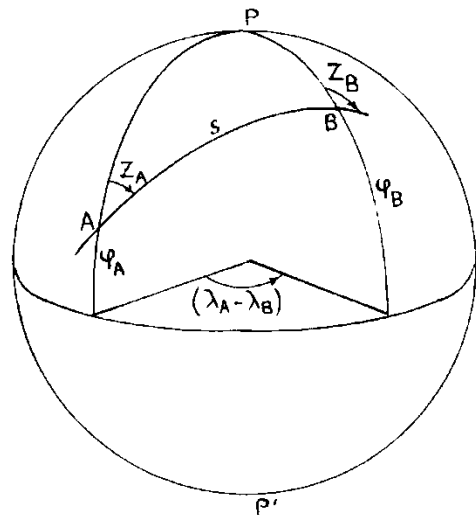
La géodésique est la trajectoire correspondant à la **distance minimale entre deux points** sur une surface. Dans le cas de la sphère, c'est **un arc de grand cercle**.

Connaissant la position de deux points A et B sur une sphère, calculer la distance entre eux revient donc à calculer l'abscisse curviligne S (AB) sur le grand cercle passant par A et B.

Si l'on considère deux points A et B sur la sphère, de latitudes φ_A et φ_B et de longitudes λ_A et λ_B , alors la **distance angulaire en radians** S_{A-B} entre A et B est donnée par la relation fondamentale de trigonométrie sphérique, utilisant $d\lambda = \lambda_B - \lambda_A$:

$$S_{A-B} = \arccos(\sin \varphi_A \sin \varphi_B + \cos \varphi_A \cos \varphi_B \cos d\lambda)$$

La distance S en mètres, s'obtient en multipliant S_{A-B} par le rayon moyen de la Terre (6 378 000 mètres environ).



Pour davantage de précision, il est possible de calculer un **rayon de courbure local** :

Le rayon de la sphère qui se rapproche au mieux de l'ellipsoïde de demi grand axe a et d'excentricité e en un point de latitude φ est donné par la racine carrée du produit de ρ et N (rayons de courbure principaux de l'ellipsoïde de révolution, respectivement dans la direction du méridien et dans la direction du parallèle), tels que :

$$\rho = \frac{a \cdot (1 - e^2)}{(1 - e^2 \cdot \sin^2(\varphi))^{\frac{3}{2}}} \quad \text{et} \quad N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2(\varphi)}}$$

On obtient ainsi une sphère dont la courbure totale est égale **localement** à celle de l'ellipsoïde.

Exemples

Soient deux points A et B :

$$\lambda_A = 0^\circ$$

$$\varphi_A = 45^\circ$$

$$\lambda_B = 1^\circ 50' 03.156468''$$

$$\varphi_B = 46^\circ 15' 28.463641''$$

La distance entre A et B calculée **sur l'ellipsoïde IAG-GRS80** est : **S = 200 km**

Le calcul de la distance **sur la sphère de Picard** (rayon 6371598m) est : **S = 199,7744550 km**

Le calcul de la distance **sur la sphère GRS80** (rayon 6378137m) est : **S = 199,979.4782 km**

Soient deux points A et B :

$$\lambda_A = -5^\circ$$

$$\varphi_A = 40^\circ$$

$$\lambda_B = -3^\circ 18' 44.877103''$$

$$\varphi_B = 41^\circ 15' 40.924579''$$

La distance entre A et B calculée **sur l'ellipsoïde IAG-GRS80** est : **S = 200 km**

Le calcul de la distance **sur la sphère de Picard** est **S = 199,8914187 km**

Le calcul de la distance **sur la sphère GRS80** est **S = 200,0965619 km**

Au sens **global**, une bonne sphère approchée de l'ellipsoïde de révolution, de demi grand axe a et de demi petit axe b, peut être prise avec un rayon égal à **(2a+b)/3**.